**Examen VWO**

**2023**

tijdvak 2

vrijdag 23 juni

13.30 – 16.30 uur

**wiskunde C**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Showroom*** |
|  |  | Op de foto zie je de showroom van **foto**  een autobedrijf in Lochem. De pijl in  de foto geeft de voorkant van de  showroom aan.  De showroom heeft de vorm van een  balk met afmetingen 18 bij 18 bij 2,8  meter met daarbovenop een  regelmatige piramide met hetzelfde  vierkante grondvlak en hoogte 5,6 meter. |
| 3p | **1** | Bereken de inhoud van de showroom.  Geef je antwoord in een geheel aantal m3. |
|  |  |  |
|  |  | Een opvallend aspect in het ontwerp van de showroom is dat de opstaande ribben van het piramidevormige dak tot op de grond verlengd zijn. Dat betekent dat de vier ijzeren balken van de top tot aan de grond doorlopen. Links voor op de foto is van een van deze ijzeren balken het deel dat buiten de showroom zit goed te zien. Op de uitwerkbijlage is de grond aangegeven waarop de showroom is gebouwd. |
| 3p | **2** | Teken op de uitwerkbijlage op schaal 1 : 200 het vooraanzicht van de showroom inclusief de ijzeren balken. Laat daarbij ramen, deuren en dergelijke buiten beschouwing. |
|  |  |  |
|  |  | Op de uitwerkbijlage is het onderste balkvormige deel van de showroom in perspectief getekend. De horizon is ook getekend. |
| 6p | **3** | Teken in deze tekening de drie ijzeren balken die zichtbaar zijn. Geef hierbij door middel van punten duidelijk de eindpunten aan van de ijzeren balken op de grond. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Het internet der dingen*** |
|  |  | Tegenwoordig zijn er steeds meer apparaten die via het internet met elkaar in verbinding kunnen staan. Denk bijvoorbeeld aan smartphones en smartwatches maar ook aan de ‘slimme’ deurbel en thermostaat, enzovoorts.  Als bijvoorbeeld vier apparaten **figuur 1**  *A*, *B*, *C* en *D* volledig onderling  met elkaar verbonden zijn – dat  wil zeggen dat ieder apparaat  met ieder ander apparaat  verbonden is – dan zijn daar zes  verbindingen voor nodig.  In figuur 1 wordt dit geïllustreerd,  waarbij de lijnen de onderlinge  verbindingen voorstellen. |
| 3p | **4** | Bereken het minimale aantal onderling volledig verbonden apparaten waarbij er meer dan honderd verbindingen nodig zijn. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Elk apparaat dat met het internet verbonden is, heeft zijn eigen, unieke **IP-adres** nodig. IP-adressen kunnen worden geschreven als acht groepen van vier zogeheten **hexadecimale cijfers**, gescheiden door dubbele punten. Hiervoor worden de gewone cijfers 0 tot en met 9 uitgebreid met de cijfers A (=10) tot en met F (=15). Dus A tot en met F zijn in deze toepassing ook cijfers en géén letters.  voorbeeld van een geldig IP-adres:  2001:0DB8:85A3:0000:1319:8A2E:0370:7344 |
| 3p | **5** | Bereken hoeveel IP-adressen er theoretisch mogelijk zijn. Geef je antwoord in de vorm  met *a* in één decimaal en *b* als geheel getal. |
|  |  |  |
|  |  | Het totaal aantal apparaten (‘dingen’) **figuur 2**  die via internetverbindingen met  andere apparaten of systemen in  contact staan en daarmee gegevens  uitwisselen, wordt het  **internet der dingen** genoemd. Het  internet der dingen wordt afgekort tot  **IoT** (naar het Engels: Internet of  Things).  In figuur 2, uit een internet-artikel uit  november 2013, gaat men uit van  31% jaarlijkse groei van het IoT.  De grafiek in figuur 2 uit het internet-artikel en de aanname van 31% jaarlijkse groei uit datzelfde artikel spreken elkaar tegen. |
| 2p | **6** | Leg uit waar dit uit blijkt. |
|  |  |  |
| 4p | **7** | Bereken na hoeveel hele weken het IoT verdubbeld is bij 31% jaarlijkse groei. |
|  |  |  |
|  |  | De 31% jaarlijkse groei uit het **figuur 3**  eerder genoemde internet-artikel  is inmiddels naar beneden  bijgesteld. In figuur 3 zie je hoe het  IoT zich volgens een ander  onderzoek sinds het jaar 2015  ontwikkelt. Hierin zijn de gegevens  voor de jaren na 2018 voorspelde  gegevens. De trendlijn is gestippeld  weergegeven.  In december 2015 was de omvang  van het IoT 15,41 miljard apparaten.  In december 2025 is dit (volgens de  voorspelling) 75,44 miljard. Ook  volgens de gegevens in figuur 3 groeit het IoT bij benadering met een vast percentage per jaar. |
| 3p | **8** | Bereken dit percentage met behulp van de gegevens van de jaren 2015 en 2025. Geef je antwoord in één decimaal. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | De trendlijn in figuur 3 kan benaderd worden met de volgende formule:    Hierin is *I* de omvang van het IoT in miljarden en *t* de tijd in jaren met in december 2015. Veronderstel dat de formule voor *I* ook na 2025 geldt. |
| 4p | **9** | Bereken met behulp van de formule voor I in welk jaar het IoT voor het eerst meer dan drie keer zo veel apparaten zal bevatten als eind 2025. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Fibonacci-klok*** |
|  |  | Op internet is een bijzondere klok te koop: **foto**  de Fibonacci-klok. Zie de foto.  De klok is gebaseerd op een bekende wiskundige  rij: de rij van Fibonacci. Van deze rij zijn de eerste  tien termen de getallen:  1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55  Op de foto zie je dat de klok uit vijf vierkanten  bestaat. Deze vierkanten stellen de getallen uit de  rij van Fibonacci voor. Dit is ook in onderstaande  figuur weergegeven.  **figuur**  De getallen in de figuur geven een maat voor de  lengte van de zijden van de vierkanten in de  figuur aan. |
| 2p | **10** | Bereken hoeveel keer zo groot de oppervlakte van  het grootste vierkant is als de oppervlakte van het  op één na grootste vierkant. Geef je antwoord in  één decimaal. |
|  |  |  |
|  |  | Achter elk van de vierkanten zitten drie lampjes verborgen: een rood, een groen en een blauw. Van deze lampjes brandt er steeds hooguit één. Hierdoor zijn er voor elk vierkant 4 mogelijkheden: het vlak staat ‘uit’, óf het vlak heeft een kleur: rood, groen of blauw. Met behulp van deze kleuren kun je de tijd aflezen.  De klok werkt volgens de 12-uurs-notatie. Daarbij wordt 12.00 weergegeven als 0.00. Elke 5 minuten verspringt de klok. Als de werkelijke tijd bijvoorbeeld 14.50 of 14.53 is, geeft de klok op beide tijdstippen 2.50 weer. De klok heeft veel meer standen dan dat er tijden zijn die de klok kan weergeven. |
| 4p | **11** | Bereken hoeveel keer zo veel. Geef je antwoord als geheel getal. |
|  |  |  |
|  |  | Je kunt de tijd op de klok als volgt aflezen:   * Tel de waarden van getallen in de blauw gekleurde en de rood gekleurde vierkanten bij elkaar op. Dat zijn de uren. * Tel de waarden van getallen in de blauw gekleurde en de groen gekleurde vierkanten bij elkaar op en vermenigvuldig de uitkomst met 5. Dat zijn de minuten. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | De blauw gekleurde vierkanten tellen dus bij zowel de uren als de minuten mee. In tabel 1 zie je een manier om met alleen maar rood en groen gekleurde vierkanten de tijd 7.25 weer te geven.  **tabel 1**   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **vierkant** | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | | kleur | rood | rood | rood | rood | groen |   Op een bepaald moment branden de lampjes op de klok zoals in tabel 2 is weergegeven.  **tabel 2**   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **vierkant** | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | | kleur | blauw | - uit | groen | rood | rood | |
| 3p | **12** | Bereken welke tijd de klok volgens tabel 2 weergeeft. |
|  |  |  |
|  |  | Op deze klok kunnen veel tijden op meer dan een manier worden weergegeven. In tabel 3 staan twee verschillende manieren om de tijd 7.25 weer te geven.  **tabel 3**   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **vierkant** | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | | kleur | rood | rood | rood | rood | groen | | kleur | - (uit) | - (uit) | rood | - (uit) | blauw | |
| 4p | **13** | Geef nog twee andere manieren om de tijd 7.25 weer te geven. |
|  |  |  |
|  |  | Iemand wil een vergelijkbare Fibonacci-klok met groene, rode en blauwe lampjes maken, die de werkelijke tijden op de minuut nauwkeurig kan weergeven in de 24-uurs notatie (dus van 0.00 tot en met 23.59). Die klok moet dan aan twee eisen voldoen:   1. Het grootst mogelijke getal moet een optelling zijn met als uitkomst (minstens) 59. 2. Alle getallen van 0 t/m 59 moeten kunnen worden gevormd.   Om zo’n klok te maken, moeten er aan de klok uit de figuur vierkanten worden toegevoegd die Fibonacci-getallen voorstellen. |
| 4p | **14** | Onderzoek welke opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci dan minimaal aan de klok moeten worden toegevoegd en licht toe dat de klok dan inderdaad aan beide eisen voldoet. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Unieke woorden*** |
|  |  | Teksten bestaan uit woorden (en leestekens, maar die laten we in deze opgave buiten beschouwing). Deze woorden zijn niet allemaal verschillend. Dat wil zeggen dat ze niet allemaal uniek zijn. Hoe meer unieke woorden je naar verhouding tegenkomt, hoe moeilijker de tekst is. In deze opgave kijken we naar het percentage unieke woorden in een tekst. Dit percentage wordt bepaald aan de hand van twee grootheden:  *U*: het aantal unieke woorden in een stuk tekst;  *T*: het totaal aantal woorden in dat stuk tekst.  We bekijken de eerste twee zinnen van deze opgave: |
|  |  | Teksten bestaan uit woorden (en leestekens, maar die laten we in deze opgave buiten beschouwing). Deze woorden zijn niet allemaal verschillend. |
| 2p | **15** | Bepaal het percentage unieke woorden in de eerste twee zinnen van deze opgave samen. Geef je antwoord als geheel getal. |
|  |  |  |
|  |  | Van het boek *On The Origin of Species* van *Charles Darwin* is het verband tussen *U* en *T* bepaald. Zie figuur 1.  **figuur 1**  **Afbeelding met tekst, schermopname, software, Computerpictogram  Automatisch gegenereerde beschrijving**In figuur 1 is op beide assen een  logaritmische schaal gebruikt. De  gestippelde lijn geeft een benadering van  het verband tussen *U* en *T*. Figuur 1 staat  ook vergroot op de uitwerkbijlage.  *On The Origin of Species* bevat in totaal  191 740 woorden en er komen 8842 unieke  woorden in voor. Naarmate je verder leest,  kom je steeds minder nieuwe unieke  woorden tegen. Als je een kwart van dit  boek hebt gelezen, ben je al meer dan de helft van het totaal aantal unieke woorden tegengekomen. |
| 5p | **16** | Bereken met behulp van de gestippelde lijn in de figuur op de uitwerkbijlage hoeveel procent van het totaal aantal unieke woorden je dan al bent tegengekomen. Geef je antwoord als geheel getal. |
|  |  |  |
|  |  | De taalkundige Gustav Herdan ontdekte **figuur 2**  **Afbeelding met tekst, schermopname, software, Multimediasoftware  Automatisch gegenereerde beschrijving**een algemeen verband tussen *U* en *T* voor  grotere teksten. Dit verband werd door  Harold Stanley Heap bekendgemaakt en  wordt de **wet van Herdan-Heap** genoemd.  De internationale nieuwsdienst Reuters heeft  een database – de zogeheten **RCV1** –  beschikbaar gesteld ten behoeve van  taalonderzoek. Onderzoekers hebben voor  RCV1 het verband tussen *U* en *T* bepaald.  Zie figuur 2, waarin log(*U*) tegen log(*T*) is  uitgezet. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | De grafiek in figuur 2 geeft het werkelijke verband tussen U en T in RCV1 en de gestippelde lijn geeft een benadering volgens de wet van Herdan-Heap.  Iemand leest een tekst die bestaat uit de eerste 7432 woorden uit RCV1. |
| 2p | **17** | Ga met behulp van figuur 2 na of deze tekst voldoet aan de wet van Herdan-Heap. |
|  |  |  |
|  |  | Een formule voor de gestippelde lijn in figuur 2 is |
| 3p | **18** | Benader met behulp van deze formule het aantal unieke woorden in de eerste  1 000 000 woorden in RCV1. Geef je antwoord in duizenden. |
|  |  |  |
|  |  | De formule  kan worden als .  Stel nu dat je RCV1 in zijn geheel gaat lezen. Als je dan drie keer zo ver bent gekomen, wil dat niet zeggen dat je ook drie keer zo veel unieke woorden bent tegengekomen. Met behulp van de formule  kun je berekenen hoeveel procent meer unieke woorden je dan bent tegengekomen. |
| 4p | **19** | Bereken dit percentage. Geef je antwoord als geheel getal. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Examenzitting*** |
|  |  | Om ervoor te zorgen dat tijdens een zitting van een centraal examen alles eerlijk en in heel Nederland zo gelijk mogelijk verloopt, zijn er strikte regels.  Hieronder zie je een voorbeeld van een aantal regels die in het examenreglement van een school in Nederland opgenomen zijn. |
|  |  | **Gang van zaken tijdens zittingen van het centraal examen**   1. Het bevoegd gezag draagt er zorg voor dat het nodige toezicht bij het centraal examen wordt uitgeoefend.   …  7. Een kandidaat die te laat komt, mag tot uiterlijk een half uur na de aanvang van  de zitting worden toegelaten. (Hij/zij levert zijn werk in op het tijdstip dat voor de  andere kandidaten geldt.)  8. Het eerste uur van de zitting mag de kandidaat geen werk inleveren of het  examenlokaal verlaten.  9. Gedurende het laatste kwartier mag de kandidaat geen werk inleveren en het  examenlokaal niet verlaten. |
|  |  | In deze opgave laten we het recht op tijdverlenging, dat voor een aantal kandidaten geldt, buiten beschouwing. Ook gaan we ervan uit dat alle kandidaten op tijd komen. De zitting van het centraal examen vwo wiskunde C duurt 180 minuten. |
| 2p | **20** | Bereken hoeveel procent van de tijd kandidaten het examenlokaal mogen verlaten. Geef je antwoord in hele procenten. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | We voeren de volgende notaties in:   * H: het eerste halfuur van de examenzitting is bezig; * U: het eerste uur van de examenzitting is bezig; * K: het laatste kwartier van de examenzitting is bezig.   Op de uitwerkbijlage is een begin gemaakt van een Venn-diagram van een examenzitting. De rechthoek stelt de hele examenzitting voor en het gebied voor U is hierin al getekend. |
| 2p | **21** | Vul het Venn-diagram op de uitwerkbijlage op de juiste wijze aan met de gebieden voor H en K. |
|  |  |  |
|  |  | Verder voeren we de volgende notaties in:   * V: de kandidaat mag de zaal verlaten; * I: de kandidaat mag zijn/haar werk inleveren.   Johan vertaalt regel 8 met de volgende formule: . Dit is echter niet de bedoeling van regel 8, want de bedoeling van regel 8 is dat de kandidaat het eerste uur van de examenzitting geen werk mag inleveren en het examenlokaal niet mag verlaten. Als de formule van Johan juist zou zijn, kunnen er twee situaties optreden die niet de bedoeling zijn van regel 8. |
| 3p | **22** | Geef de vertaling van de formule van Johan en geef vervolgens de twee situaties die volgens deze formule kunnen optreden, maar niet de bedoeling zijn van regel 8. |
|  |  |  |
|  |  | Voor het laatste onderdeel gaan we ervan uit dat regel 8 luidt: "Het eerste uur van de zitting mag de kandidaat geen werk inleveren én het examenlokaal niet verlaten." Volgens regels 8 en 9 geldt voor het eerste uur en het laatste kwartier precies hetzelfde. Door middel van één logische bewering over U, K, V, en I kunnen regels 8 en 9 tegelijkertijd beschreven worden. |
| 3p | **23** | Noteer deze bewering met behulp van logische symbolen. |

**Wiskunde C** **2023-II**

**Uitwerkbijlage.**

**NAAM: . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .**

**vraag 2**

Afbeelding met tekst, schermopname, software, Computerpictogram

Automatisch gegenereerde beschrijving

Afbeelding met tekst, schermopname, software, Computerpictogram

Automatisch gegenereerde beschrijving**vraag 3**

Afbeelding met tekst, schermopname, software, Computerpictogram

Automatisch gegenereerde beschrijving**vraag 16**

Afbeelding met tekst, schermopname, software, Computerpictogram

Automatisch gegenereerde beschrijving**vraag 21**

**Wiskunde C** **2023-II**

**Uitwerkingen. (N=1,1)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Showroom*** |  |
| **1** | **maximumscore 3** |  |
|  | * inhoud balk:  m3 | 1 |
|  | * inhoud piramide:  m3 | 1 |
|  | * inhoud showroom: 1512 m3 | 1 |
| **2** | **maximumscore 3** |  |
|  | * balk: 9 bij 1,4 cm | 1 |
|  | * de nok van het dak op 2,8 cm daarboven | 1 |
|  | * het tekenen van de ijzeren balken | 1 |
| **3** | **maximumscore 6** |  |
|  | * diagonalen in grond- en bovenvlak tekenen met verdwijnpunt *V1* | 1 |
|  | * hoek voorgevel 3 keer zo lang maken (dezelfde hoogte als nok *T*) | 1 |
|  | * evenwijdig, dus door *V1* geeft *T* | 1 |
|  | * *T* verbinden met de hoekpunten van balk en snijden met de diagonalen | 3 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Het internet der dingen*** |  |
| **4** | **maximumscore 3** |  |
|  | * bij *n* apparaten zijn er  verbindingen | 1 |
|  | * moet worden opgelost | 1 |
|  | * geeft 91 verbindingen en  geeft 105 verbindingen: dus 15 | 1 |
| **5** | **maximumscore 3** |  |
|  | * voor elke plek heb je keus uit 16 ‘cijfers’ | 1 |
|  | * dus  mogelijke IP-adressen | 2 |
| **6** | **maximumscore 2** |  |
|  | * de grafiek is lineair | 1 |
|  | * bij een jaarlijkse groei van 31% hoort een exponentieel verband | 1 |
| **7** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  | * beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden | 1 |
|  | * jaar ofwel 134 weken | 2 |
| **8** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * jaarlijkse groei met 17,2% | 1 |
| **9** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  | * beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden | 1 |
|  | * jaar na 2025, dus in 2032 voor het eerst | 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Fibonacci-klok*** |  |
| **10** | **maximumscore 2** |  |
|  |  | 2 |
| **11** | **maximumscore 4** |  |
|  | * aantal tijden: | 2 |
|  | * aantal standen: | 1 |
|  | * dat is  keer zo veel | 1 |
| **12** | **maximumscore 3** |  |
|  | * uur: | 1 |
|  | * minuten: , dus 09:15 uur | 2 |
| **13** | **maximumscore 4** |  |
|  | * groen - groen – rood - groen - rood | 2 |
|  | * rood - rood – blauw - blauw - uit | 2 |
| **14** | **maximumscore 4** |  |
|  | * eerste eis: | 1 |
|  | * met de huidige klok: 1 2 3 1+3 5 1+5 2+5 3+5 1+3+5 2+3+5 1+2+3+5 1+1+2+3+5 | 1 |
|  | * met de 8 erbij kun je de getallen 13 t/m 33 maken |  |
|  | * met 21 erbij kun je de getallen 34 t/m 54 maken |  |
|  | * met 34 erbij kun je o.a. ook de getallen 55 t/m 59 maken | 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Unieke woorden*** |  |
| **15** | **maximumscore 2** |  |
|  | * verdwijnpunt en horizon tekenen | 1 |
|  | * hoogte *R*: 7,4 cm en hoogte horizon: 1,8 cm | 1 |
|  | * ooghoogte fotograaf:  cm | 2 |
| **16** | **maximumscore 5** |  |
|  | * een kwart van het boek: | 1 |
|  | * : dat is op 2,7 cm vanaf 104 | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * je bent dan al | 1 |
| **17** | **maximumscore 2** |  |
|  |  | 1 |
|  | * daar vallen de grafieken nog niet samen, dus voldoet niet | 1 |
| **18** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 1 |
|  | * unieke woorden | 2 |
| **19** | **maximumscore 4** |  |
|  | * en | 2 |
|  |  | 1 |
|  | * 71% meer unieke woorden | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Examenzitting*** |  |
| **20** | **maximumscore 2** |  |
|  | * de eerste 60 minuten en de laatste 15 minuten niet | 1 |
|  |  | 1 |
| **21** | **maximumscore 4** |  |
|  | * H zit in z’n geheel binnen U | 1 |
|  | * K zit in z’n geheel buiten U maar binnen de rechthoek | 1 |
| **22** | **maximumscore 3** |  |
|  | * als het eerste uur bezig is dan mag de kandidaat het werk niet inleveren of de kandidaat mag de zaal verlaten | 1 |
|  | * in het eerste uur levert de kandidaat zijn werk niet in en verlaat de zaal | 1 |
|  | * in het eerste uur levert de kandidaat het werk in en blijft zitten | 1 |
| **23** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 3 |